

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Ivan Radošević

ZAGREB, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

## ZAVRŠNI RAD

ANALIZA ČVRSTOĆE POJEDNOSTAVLJENE METALNE KONSTRUKCIJE  
KRILA OPTEREĆENE INERCIJSKIM SILAMA

Mentor:  
prof. dr. sc. Ivica Smojver

Student:  
Ivan Radošević

ZAGREB, 2016.

*Zahvaljujem mentoru prof. dr. sc. Ivici Smojveru i doc. dr. sc. Darku Ivančeviću na ukazanoj stručnoj pomoći i vodstvu, te susretljivosti.*

## **Izjava**

Izjavljujem da sam ovaj rad radio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zagreb, rujan 2016.

Ivan Radošević



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**  
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija zrakoplovstva



Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum 26-09-2016	Prilog
Klasa: 602-04/16-6 13	
Ur.broj: 15-1703-16-375	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Ivan Radošević**

Mat. br.: 0035182373

Naslov rada na  
hrvatskom jeziku:

**Analiza čvrstoće pojednostavljene metalne konstrukcije krila  
opterećene inercijskim silama**

Naslov rada na  
engleskom jeziku:

**Stress Analysis of a Simplified Metallic Wing Structure Loaded With  
Inertial Loads**

Opis zadatka:

Izvršiti numerički proračun čvrstoće pojednostavljene aluminijske konstrukcije krila aviona s obzirom na inercijska opterećenja. Geometriju krila preuzeti iz postojeće skupine modela korištenih u prethodnim diplomskim radovima koje je vodio prof. dr. sc. Ivica Smojver. Pri definiciji materijalnih modela koristiti aluminijske legure uobičajene u zrakoplovnim konstrukcijama.

Proračun konstrukcije krila je potrebno provesti s obzirom na inercijske sile pri manevriranju i zapuhu vjetra. Pri tome treba provesti analize za kritične točke opterećenja u  $V-n$  dijagramu u pozitivnom i negativnom području. Maksimalne vrijednosti opterećenja i podatke za zapuh vjetra zadati prema podacima iz literature za slične avione.

Numeričku analizu je potrebno provesti korištenjem programa Abaqus, a proračun izvršiti kao materijalno i geometrijski linearan (nelinearan, ukoliko je potrebno). Pri proračunavanju čvrstoće aluminijske konstrukcije potrebno je procijeniti mogućnost pojave plastičnih deformacija s obzirom na Von Mises ekvivalentno naprezanje.

U radu navesti korištenu literaturu te eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

25. studenog 2015.

Zadatak zadao:

Rok predaje rada:

1. rok: 25. veljače 2016.

2. rok (izvanredni): 20. lipnja 2016.

3. rok: 17. rujna 2016.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 29.2., 02. i 03.03. 2016.

2. rok (izvanredni): 30. 06. 2016.

3. rok: 19., 20. i 21. 09. 2016.

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Ivica Smojver

  
Prof. dr. sc. Ivica Smojver

# Sadržaj

Sadržaj	v
Popis slika	vii
Popis tablica	ix
Popis oznaka	x
Sažetak	xii
Summary	xiii
1. Uvod	1
2. $V - n$ dijagram	2
3. Aerodinamičko opterećenje	4
3.1. Analiza profila . . . . .	6
3.2. Analiza krila . . . . .	7
4. Numerički proračun čvrstoće	9
4.1. Numerički model polukrila . . . . .	9
4.1.1. Materijal . . . . .	10

4.1.2. Mreža konačnih elemenata . . . . .	12
4.2. Rubni uvjeti . . . . .	13
4.3. Model opterećenja . . . . .	14
4.4. Analiza . . . . .	18
<b>5. Rezultati</b>	<b>19</b>
5.1. Lokalno ojačani model . . . . .	24
<b>6. Zaključak</b>	<b>31</b>
<b>Literatura</b>	<b>32</b>

# Popis slika

2.1	$V$ - $n$ dijagram s ucrtanim linijama zapuha . . . . .	3
3.1	Model krila u programu XFLR5 . . . . .	5
3.2	Dijagram $c_l$ - $\alpha$ za različite iznose Reynoldsovog broja . . . . .	6
3.3	$C_L$ - $C_D$ i $C_L$ - $\alpha$ dijagrami krila . . . . .	7
3.4	Raspodjela lokalnog $C_l$ po rasponu pri $V = 30$ m/s i $\alpha = 15,5^\circ$ . . . . .	7
3.5	Raspodjela $C_p$ po tetivi pri $\alpha = 15,5^\circ$ i $\alpha = 8,5^\circ$ . . . . .	8
4.1	Geometrijski model polukrila s osima globalnog koordinatnog sustava . .	9
4.2	Presjek geometrijskog modela . . . . .	10
4.3	Vlačni i tlačni $\sigma - \epsilon$ dijagram ekstrudirane legure Al-2024T3 debljine ispod 6,3 mm (1 ksi iznosi 6,895 MPa) . . . . .	11
4.4	Detalj polukrila bez oplata s bojom označenim debljinama ljusaka . . . .	12
4.5	Detalj numeričkog modela s definiranom mrežom konačnih elemenata . .	13
4.6	Numerički model s definiranim rubnim uvjetima . . . . .	13
4.7	Aproksimacija aerodinamičkog opterećenja stupčanom raspodjelom $C_l$ po polurasponu . . . . .	14
4.8	Model kontinuirane raspodjele $C_l$ po polurasponu . . . . .	15
4.9	Model kontinuirane raspodjele $C_p$ po tetivi . . . . .	16
4.10	Aproksimacija aerodinamičkog opterećenja kontinuiranom raspodjelom $C_p$ po donjaci polukrila . . . . .	17
4.11	Numerički model polukrila sa zadanim rubnim uvjetima i kontinuiranom raspodjelom $C_p$ po donjaci . . . . .	17



5.1	Von Misesova naprezanja pri +3 g . . . . .	19
5.2	Von Mises naprezanja u [Pa] u detalju korijena krila bez oplata s vidljivim izvijanjem uzdužnica pri opterećenju od +3 g . . . . .	20
5.3	Von Misesova naprezanja pri -1 g . . . . .	21
5.4	Von Misesova naprezanja pri +4,5 g . . . . .	22
5.5	Von Mises naprezanja u [Pa] u detalju korijena krila bez oplata s vidljivim izvijanjem uzdužnica pri opterećenju od +4,5 g . . . . .	23
5.6	Dijagram progiba krila pri opterećenju od +4,5 g . . . . .	23
5.7	Von Misesova naprezanja pri -1,5 g . . . . .	24
5.8	Detalj lokalno ojačanog modela bez oplata s bojom označenim debljinama ljusaka . . . . .	25
5.9	Von Misesova naprezanja pri +3 g . . . . .	25
5.10	Von Mises naprezanja u [Pa] u detalju korijena lokalno ojačanog krila bez oplate s vidljivim izvijanjem uzdužnica pri opterećenju od +3 g . . . . .	26
5.11	Von Misesova naprezanja pri -1 g . . . . .	27
5.12	Von Misesova naprezanja pri +4,5 g . . . . .	27
5.13	Von Mises naprezanja u [Pa] u detalju korijena lokalno ojačanog krila bez oplate s vidljivim izvijanjem uzdužnica pri opterećenju od +4,5 g . . . . .	28
5.14	Dijagram progiba ojačanog krila pri opterećenju od +4,5 g . . . . .	29
5.15	Von Misesova naprezanja pri -1,5 g . . . . .	29

# Popis tablica

3.1	Geometrijska svojstva krila . . . . .	5
-----	---------------------------------------	---

# Popis oznaka

$\alpha$ [°]	Napadni kut . . . . .	4
$\epsilon$ [—]	Deformacija . . . . .	11
$\mu_g$ [—]	Parametar odnosa masa . . . . .	3
$\overline{C}$ [m]	Duljina tetive . . . . .	2
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Gustoća zraka na visini leta . . . . .	2
$\rho_0$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Gustoća zraka na razini mora . . . . .	2
$\sigma$ [Pa]	Naprezanje . . . . .	11
$a$ [rad <sup>-1</sup> ]	Gradijent $C_L$ po napadnom kutu . . . . .	2
$C_D$ [—]	Koeficijent otpora krila . . . . .	7
$C_L$ [—]	Koeficijent uzgona krila . . . . .	7
$C_l$ [—]	Lokalni koeficijent uzgona . . . . .	8
$c_l$ [—]	Koeficijent uzgona profila . . . . .	6
$C_p$ [—]	Koeficijent tlaka . . . . .	16
$C_{L\alpha}$ [rad <sup>-1</sup> ]	Gradijent koeficijenta uzgona krila . . . . .	7
$C_{Lmax}$ [—]	Maksimalni koeficijent uzgona . . . . .	2
$c_{lmax}$ [—]	Maksimalni koeficijent uzgona profila . . . . .	6
$g$ [m/s <sup>2</sup> ]	Gravitacijsko ubrzanje . . . . .	2
$k_g$ [—]	Faktor smanjenja utjecaja zapuha . . . . .	3
$L$ [N]	Sila uzgona . . . . .	2
$n$ [—]	Normalno opterećenje . . . . .	2
$Re$ [—]	Reynoldsov broj . . . . .	4
$S$ [m <sup>2</sup> ]	Površina krila . . . . .	2

$U_{de}$ [m/s]	Brzina zapuha . . . . .	2
$V$ [m/s]	Aerodinamička brzina . . . . .	2
$V_C$ [m/s]	Brzina krstarenja . . . . .	2
$V_D$ [m/s]	Brzina poniranja . . . . .	2
$W$ [N]	Težina aviona . . . . .	2

# Sažetak

Cilj ovog završnog rada je provesti analizu čvrstoće krila lakog civilnog aviona s obzirom na inercijske sile pri manevriranju i zapuhu vjetra primjenom metode konačnih elemenata (engl. *Finite Element Method*). Prema EASA-inim normama konstruiran je osnovni  $V$ - $n$  dijagram. Raspodjela aerodinamičkog opterećenja određena je u programu XFLR5. Numerički proračun čvrstoće odrađen je u programu Abaqus. Aerodinamičko opterećenje je modelirano kao dvodimenzijско polje tlaka na donjaci krila. Nakon što su dani rezultati numeričke analize, opisano je lokalno ojačavanje konstrukcije da bi se postigla zahtijevana čvrstoća, nakon čega je analiza ponovljena. Na kraju je dan kratak zaključak.

**Ključne riječi:** krilo, inercijske sile, metoda konačnih elemenata, aluminijske legure

# Summary

The aim of this thesis is to conduct a Finite Element Method analysis of a general aviation aircraft wing subjected to inertial and gust loads. A  $V$ - $n$  diagram is constructed in accordance to EASA regulations. XFLR5 software is used to determine the aerodynamic load distribution. The FEM analysis is done using Abaqus, wherein the aerodynamic load is modeled as a two-dimensional pressure field acting upon the wing lower surface. After assessing the results of the analysis, the wing structure is locally strengthened to achieve the desired load-bearing capacity. Subsequently, the FEM analysis is repeated. In the end, a brief conclusion is given.

**Keywords:** wing, inertial forces, finite element method, aluminium alloys

# 1 | Uvod

Projektiranje zrakoplova u vrijeme prije sazrijevanja računalne tehnologije temeljilo se na kombinaciji analitičkih metoda i eksperimentalnih podataka. S razvojem naprednih CFD (engl. *Computational Fluid Dynamics*) i FEM (engl. *Finite Element Method*) programa snižena je cijena i znatno su proširene mogućnosti razvoja zrakoplovnih konstrukcija. Kao dio procesa projektiranja pojednostavljene konstrukcije krila lakog civilnog aviona, u ovom radu izvršen je numerički proračun čvrstoće krila izrađenog od aluminijskih legura s obzirom na inercijska opterećenja i opterećenja uslijed zapuha vjetrova. Geometrija i razmještaj konstruktivnih elemenata krila preuzeti su iz diplomskog rada [1], u kojem nije izvršen proračun čvrstoće. Numerični model se sastoji od polukrila opterećenog polovinom ukupne uzgonske sile. Krilo je jednostavne geometrije s konstantnim profilom, konstantnom duljinom tetive i bez uvijanja. Maksimalna poletna masa je određena međusobnom usporedbom postojećih jednomotornih civilnih aviona, te iznosi 2250 kg. Odabrani materijal je aluminijska legura Al-2024, koja je najčešće korištena u civilnom zrakoplovstvu. Aerodinamičko opterećenje je procijenjeno pomoću programa XFLR5 i preneseno u numerički model pomoću funkcije razvijene u programu MATLAB R2008b. U programu Abaqus izvršena je statička linearna numerička analiza čvrstoće.

## 2 | $V - n$ dijagram

$V-n$  dijagram služi za određivanje dopuštenog inercijskog opterećenja u ovisnosti o brzini leta aviona. Apscisa predstavlja aerodinamičku brzinu  $V$ , dok ordinata predstavlja normalno opterećenje  $n$ , definirano kao

$$n = \frac{L}{W}, \quad (2.1)$$

pri čemu je  $L$  uzgonska sila, a  $W$  težina aviona.  $V-n$  dijagram je relevantan za proračun čvrstoće konstrukcije krila jer prikazuje brzinska i manevarska ograničenja unutar kojih avion može letjeti bez opasnosti od oštećenja ili loma konstrukcije. S lijeve strane, područje leta je ograničeno linijom maksimalnog koeficijenta uzgona  $C_{Lmax}$ , a na desnoj strani je ograničeno brzinom poniranja  $V_D$ . Iznosi brzine krstarenja  $V_C$  i brzine poniranja  $V_D$  određeni su prema naputcima za lake civilne avione iz EASA-inih normi [2], te iznose 90 m/s i 125 m/s. Zahtjevi na čvrstoću konstrukcije krila izraženi su kroz dva uvjeta. Prvi uvjet glasi da pri graničnom opterećenju (engl. *Limit Load*) od +3 g i -1 g ne smije doći do trajnih deformacija u konstrukciji. Granična opterećenja određuju gornju i donju granicu  $V-n$  dijagrama. Drugi uvjet glasi da pri krajnjem opterećenju (engl. *Ultimate Load*) od +4,5 g i -1,5 g ne smije doći do loma konstrukcije, makar su dozvoljene trajne deformacije. Pozitivna i negativna granična opterećenja određena su prema smjernicama u knjizi [3]. Iznosi krajnjih opterećenja dobiveni su množenjem graničnih opterećenja sa standardnim faktorom sigurnosti u zrakoplovnom inženjerstvu od 1,5. Zapusi vjetra predstavljaju uzrok dodatnih naprezanja u konstrukciji. Prema [2], normalno opterećenje uslijed zapuha vjetra računa se formulom

$$n = 1 \pm \frac{k_g \cdot \rho_0 \cdot U_{de} \cdot V \cdot a}{2 \cdot \frac{W}{S}} = 1 \pm \frac{0,741 \cdot 1,225 \cdot U_{de} \cdot V \cdot 4,819}{2 \cdot 1226,25} = 1 \pm \frac{U_{de} \cdot V}{560,724}, \quad (2.2)$$



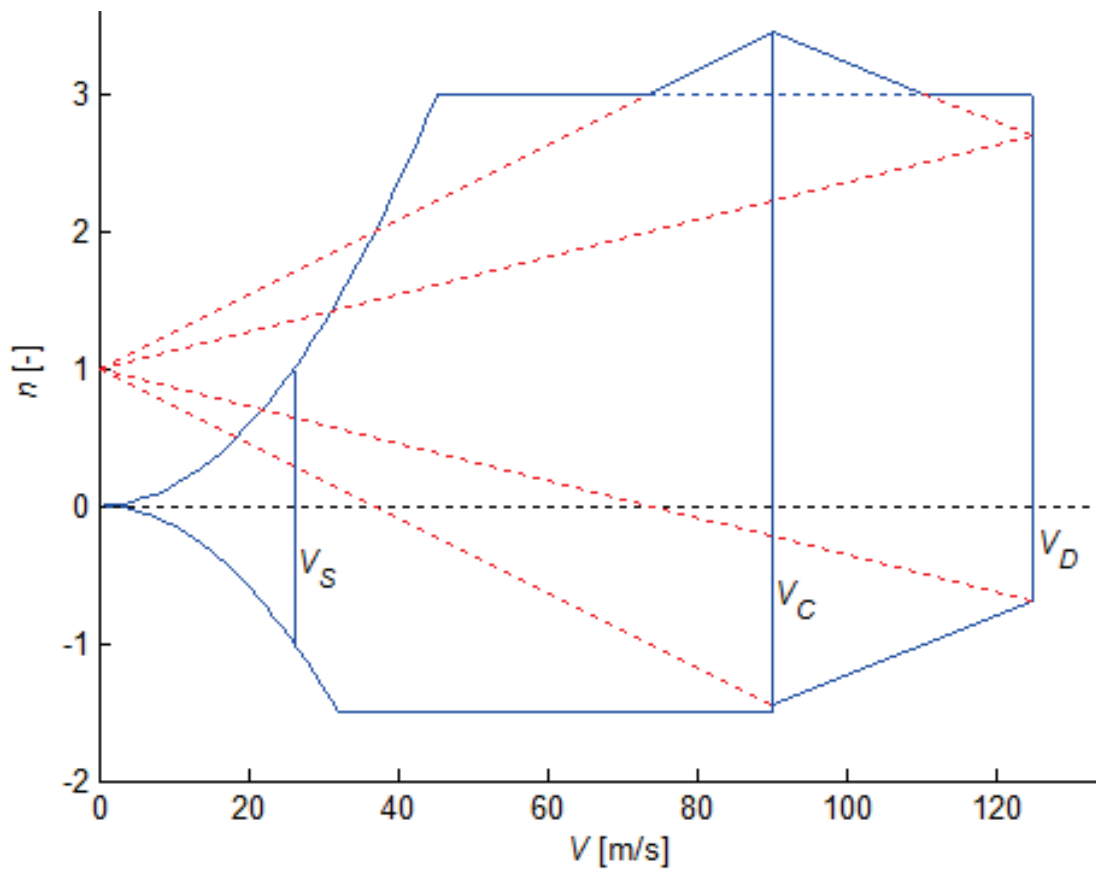
pri čemu je bezdimenzijski faktor smanjenja utjecaja zpuha  $k_g$  definiran kao

$$k_g = \frac{0,88 \cdot \mu_g}{5,3 + \mu_g}, \quad (2.3)$$

a bezdimenzijski parametar odnosa masa  $\mu_g$  definiran je izrazom

$$\mu_g = \frac{2 \cdot \frac{W}{S}}{\rho \cdot \bar{C} \cdot a \cdot g}, \quad (2.4)$$

Pri brzini  $V_C$  očekuju se zapusi brzine do 15,24 m/s, dok se pri brzini  $V_D$  očekuju zapusi brzine do 7,62 m/s, uz linearnu promjenu brzine zpuha s brzinom leta [2]. Izraz (2.2) daje pravac čiji nagib ovisi o aerodinamičkoj brzini  $V$  i brzini zpuha  $U_{de}$ . Sjecišta navedenih pravaca s vertikalama pripadajućih brzina čine ovojnicu za zpuhe, unutar koje avionu ne prijete opasnost od oštećenja ili loma konstrukcije uslijed zpuha vjetra. Na slici 2.1 prikazan je  $V-n$  dijagram s ucrtanim linijama zpuha (engl. *Combined flight envelope*).



Slika 2.1:  $V-n$  dijagram s ucrtanim linijama zpuha

## 3 Aerodinamičko opterećenje

Raspodjela aerodinamičke sile može značajno utjecati na vršne iznose naprezanja u zrakoplovnim konstrukcijama. Za njenu približnu procjenu korišten je XFRLR5, program namijenjen za analizu aerodinamičkih svojstava profila i krila pri malim iznosima  $Re$ . Razvijen je za uporabu u modelarstvu i dostupan je besplatno. Program sadrži četiri modula. *Direct Foil Design* je namijenjen za definiranje geometrije aeroprofila. *XFoil Inverse Design* i *XFoil Direct Analysis* služe za analizu profila u ravninskom strujanju. *Wing and Plane Design* omogućuje definiranje geometrije i analizu aerodinamičkih svojstava krila. Isti modul nudi modeliranje i aerodinamičku analizu repnih površina te analizu stabilnosti letjelice.

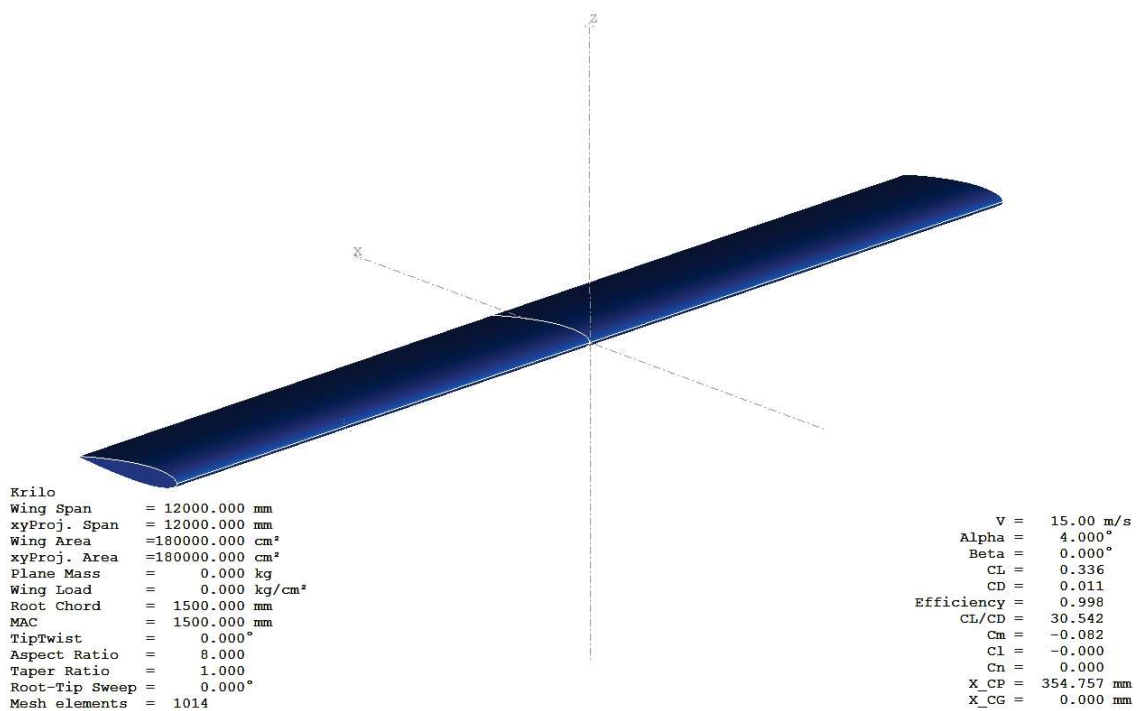
Modul *Wing and Plane Design* za analizu krila koristi podatke generirane pri analizi profila. Stoga je prvo potrebno provesti analizu profila, pri čemu mora biti obuhvaćen raspon  $Re$  i  $\alpha$  na kojem će se analizirati krilo.

Geometrija krila je preuzeta iz diplomskog rada [1]. Geometrijska svojstva krila dana su u tablici 3.1.

Tablica 3.1: Geometrijska svojstva krila

Aeroprofil	NACA 0014
Duljina tetive	1,5 [m]
Raspon	12 [m]
Površina	18 [m <sup>2</sup> ]
Vitkost	8 [-]
Suženje	1 [-]
Kut strijele	0 [°]
Kut dihedrala	0 [°]

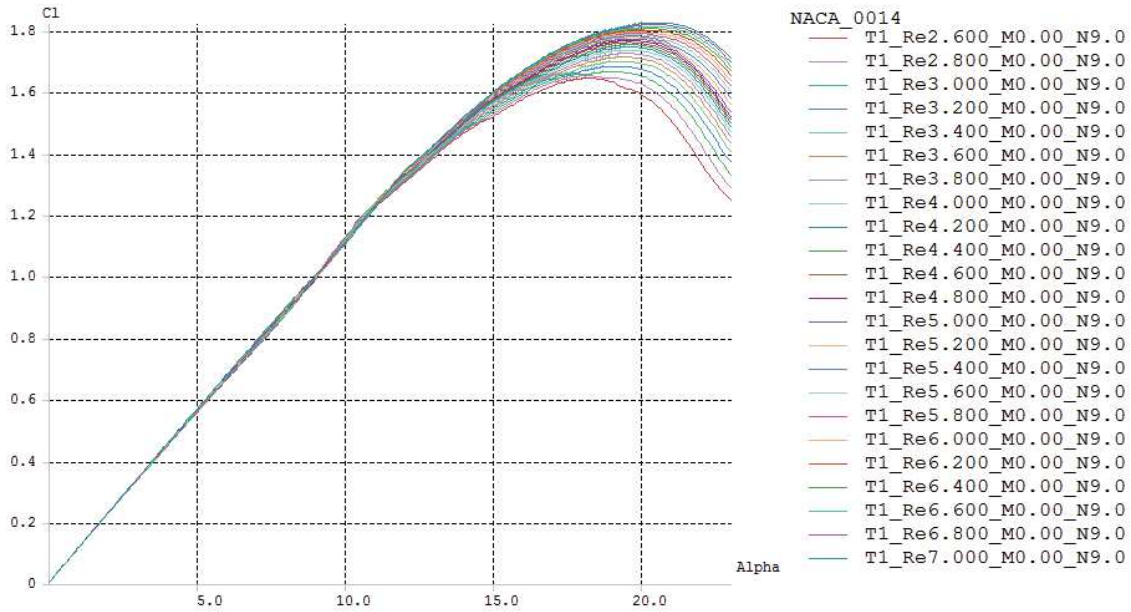
Na slici 3.1 prikazan je model krila definiran u XFLR5.



Slika 3.1: Model krila u programu XFLR5

### 3.1. Analiza profila

Profil se analizira u modulu *XFoil Direct Analysis*. Potrebno je zadati raspon i korak iznosa  $Re$  te raspon i korak  $\alpha$ . Osim navedenih, ponuđeni su i drugi parametri. *TripLocation (top)* i *TripLocation (bot)* određuju na kojem je postotku tetive nametnut prisilan prijelaz u turbulentno strujanje. Pretpostavljena im je vrijednost 1, što znači da na profilu nema prisilnog prijelaza. Parametar  $NCrit$  izražava intenzitet okolnih vibracija koje utječu na razvoj turbulentnog strujanja. Njegov iznos utječe na lokaciju na kojoj dolazi do prijelaza. Rezultati analize profila prikazani su na slici 3.2.

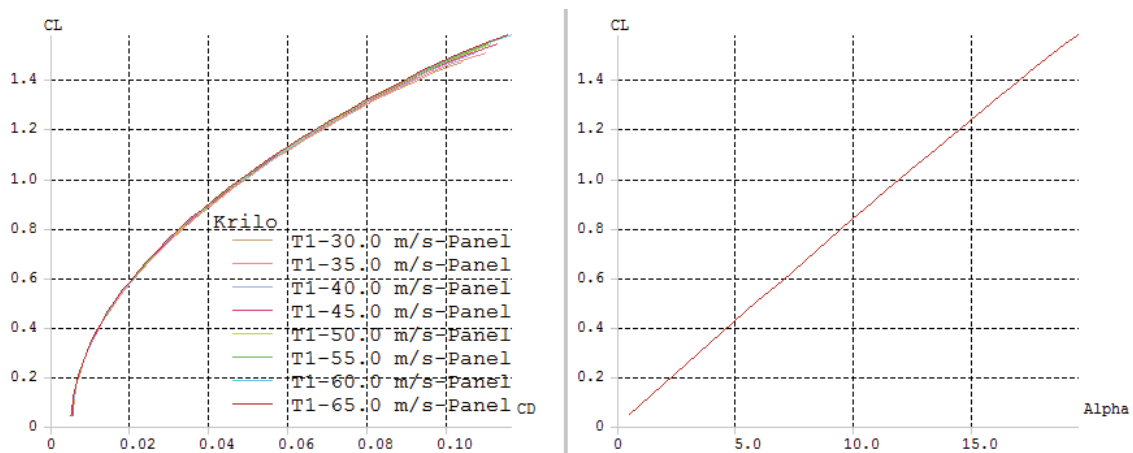


Slika 3.2: Dijagram  $c_l$ - $\alpha$  za različite iznose Reynoldsovog broja

Iznos  $Re$  se kreće od 2.600.000 do 7.000.000, a  $\alpha$  od  $0^\circ$  do  $23^\circ$ . Za ostale parametre prihvaćene su unaprijed ponuđene vrijednosti. S povećanjem  $Re$  uočavaju se dvije promjene. Prvo, značajno raste iznos maksimalnog koeficijenta uzgona  $c_{lmax}$ . Osim toga, raste i napadni kut maksimalnog uzgona  $\alpha_{max}$ .

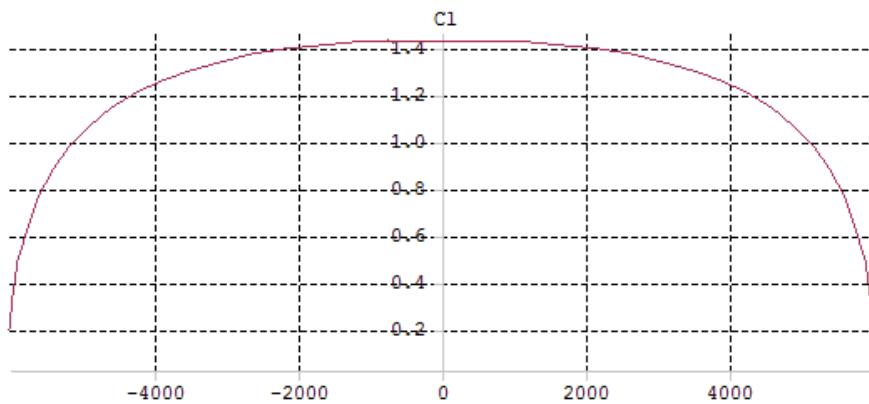
## 3.2. Analiza krila

Modul *Wing and Plane Design* nudi različite metode analize krila. Ponuđena je Metoda noseće linije (engl. *Lifting Line Theory*), Metoda vrtložne rešetke (engl. *Vortex Lattice Method*) i 3D panelna metoda. Pošto će se u numerički model unositi raspodjela opterećenja po rasponu i po tetivi, nužno je koristiti 3D panelnu metodu. Na slici 3.3 prikazani su rezultati analize krila 3D panelnom metodom.



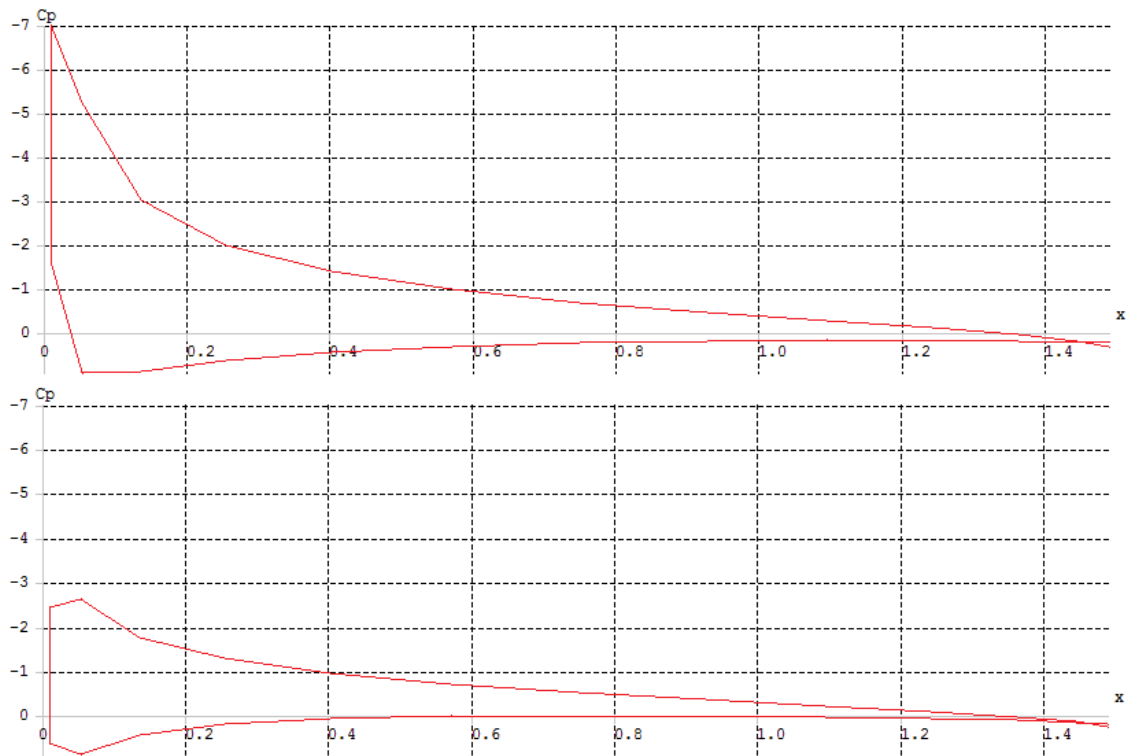
Slika 3.3:  $C_L$ - $C_D$  i  $C_L$ - $\alpha$  dijagrami krila

Analiza je provedena pri različitim brzinama unutar raspona  $Re$  iz analize profila. Dok dijagram  $C_L$ - $C_D$  pokazuje male razlike među polarama, u dijagramu  $C_L$ - $\alpha$  sve polare se potpuno preklapaju. To znači da gradijent koeficijenta uzgona  $C_{L\alpha}$  ne ovisi o  $Re$ .



Slika 3.4: Raspodjela lokalnog  $C_l$  po rasponu pri  $V = 30$  m/s i  $\alpha = 15,5^\circ$

Na slici 3.4 prikazana je raspodjela lokalnog koeficijenta uzgona po rasponu krila. Krivulja raspodjele  $C_l$  ostaje kvalitativno ista pri svim brzinama i napadnim kutovima, a mijenja se samo ukupan iznos  $C_L$ . Takvi rezultati se mogu očekivati pri analizi jednostavnog krila bez uvijanja. Raspodjela koeficijenta tlaka po tetivi krila dana je na slici 3.5.



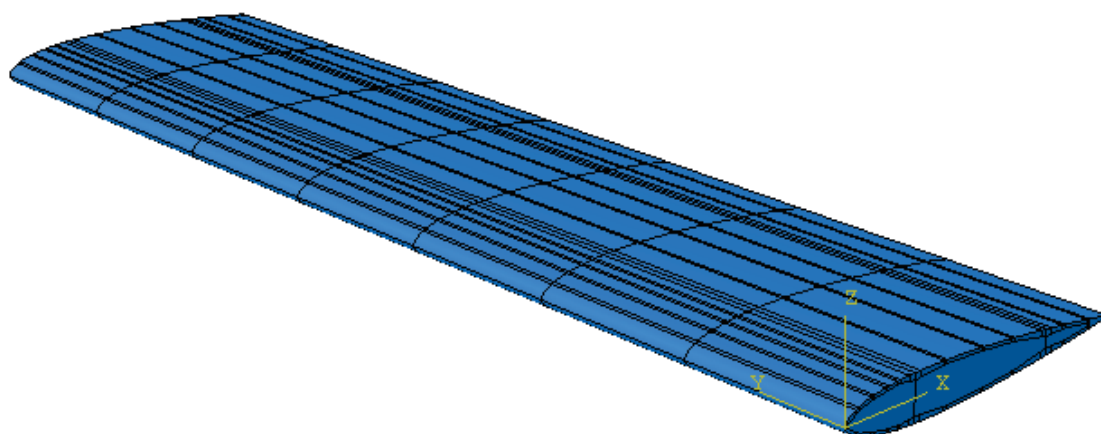
Slika 3.5: Raspodjela  $C_p$  po tetivi pri  $\alpha = 15,5^\circ$  i  $\alpha = 8,5^\circ$

Raspodjele su međusobno kvalitativno slične pri napadnim kutovima iznad  $10^\circ$ , dok pri kutovima ispod  $10^\circ$  dolazi do smanjenja iznosa  $C_p$  u blizini napadnog ruba.

## 4 Numerički proračun čvrstoće

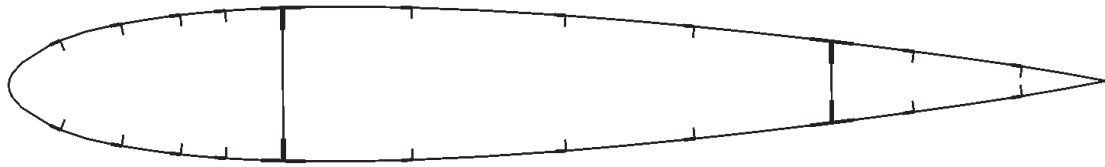
### 4.1. Numerički model polukrila

Model polukrila u programu SolidWorks i parametri mreže konačnih elemenata preuzeti su iz diplomskog rada [1]. Polukrilo sadrži 8 jednako razmaknutih rebara, 18 uzdužnica i 2 ramenjače postavljene na 25% i 75% tetive. Uzdužnice su izvedene kao L profili dimenzija 15x15x1 mm. Ramenjaču I profila sačinjava struk debljine 1 mm i pojasevi izvedeni korištenjem dva L profila dimenzija 30x30x1 mm. Oplata je debela 1 mm, dok je na mjestima preklapanja oplata s ramenjačama i uzdužnicama ukupna debljina 2 mm. Na mjestima preklapanja struka i pojaseva ramenjača ukupna debljina iznosi 3 mm. Na slici 4.1 prikazan je geometrijski model uvezen u Abaqus/CAE pretprocesor.



Slika 4.1: Geometrijski model polukrila s osima globalnog koordinatnog sustava

Na slici 4.2 dan je presjek geometrijskog modela s vidljivom oplatom, ramenjačama i uzdužnicama.

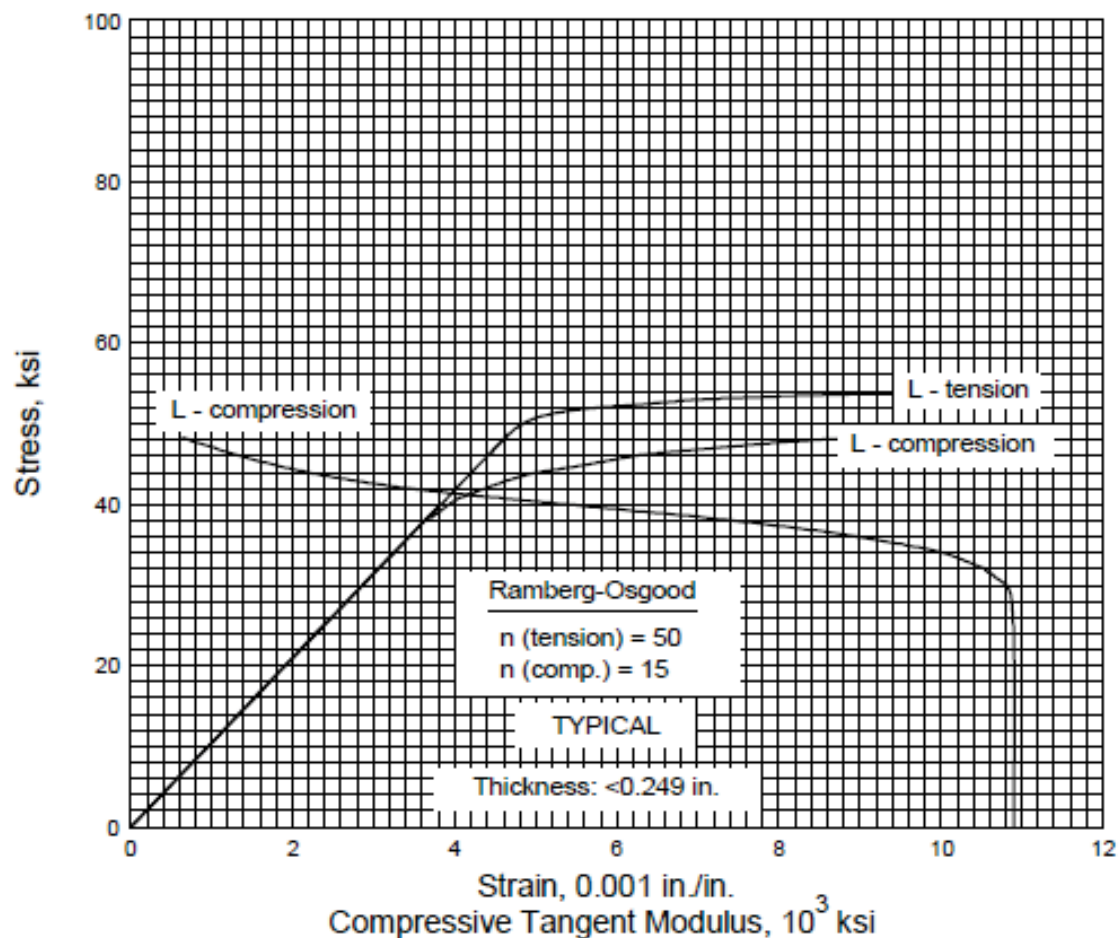


Slika 4.2: Presjek geometrijskog modela

#### 4.1.1. Materijal

Konstruktivski materijal je aluminijska legura Al-2024T3. Elastična i plastična svojstva materijala dobivena su očitavanjem iz  $\sigma - \epsilon$  dijagrama u [4], koji je dan na slici 4.3.



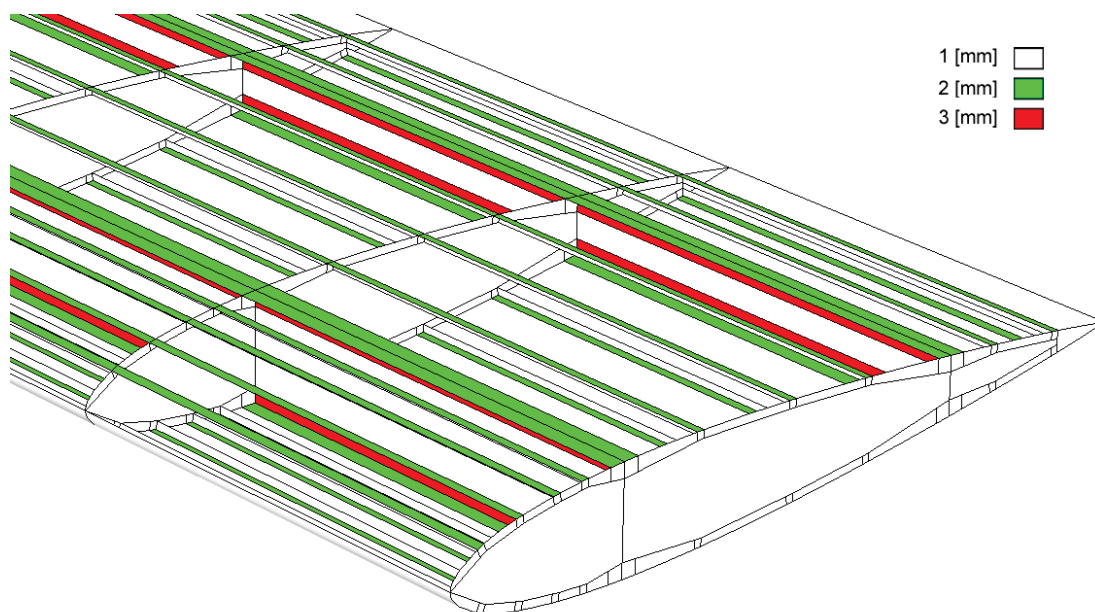


Slika 4.3: Vlačni i tlačni  $\sigma - \epsilon$  dijagram ekstrudirane legure Al-2024T3 debljine ispod 6,3 mm (1 ksi iznosi 6,895 MPa)

Da bi se plastična svojstva materijala pravilno definirala u Abaqus predprocesoru, očitane iznose naprezanja i deformacija potrebno je preračunati iz nominalnih u prave vrijednosti. To je učinjeno prema postupku danom u [5]. Gustoća materijala iznosi 2780 kg/m<sup>3</sup>. Granica tečenja iznosi 290 MPa, a vlačna čvrstoća iznosi 519,2 MPa. Usporedbom vršnih iznosa Von Misesovog naprezanja s ove dvije veličine procjenjuje se hoće li doći do trajne deformacije ili do loma konstrukcije.

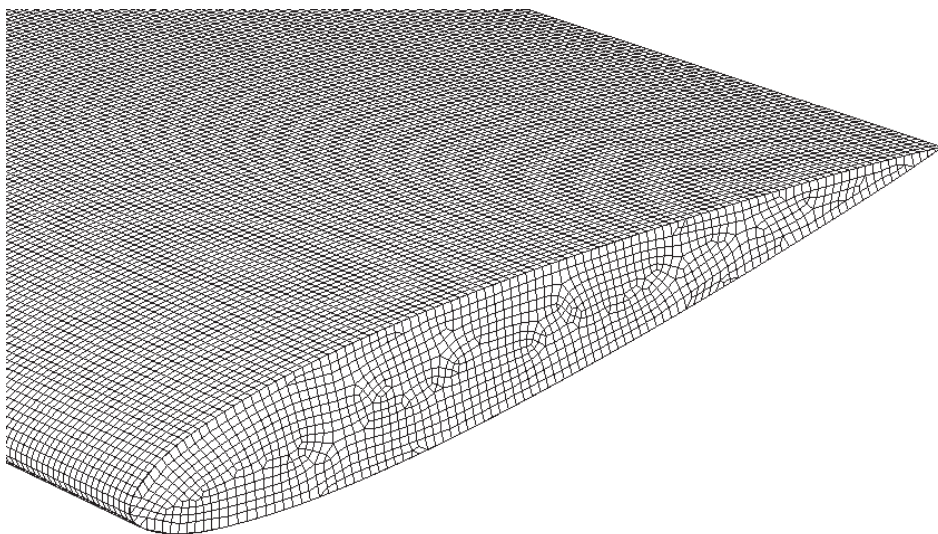
### 4.1.2. Mreža konačnih elemenata

Numerički model je diskretiziran većinom pravokutnim ljuskastim konačnim elementima reducirane integracije (S4R). Na mjestima na kojima geometrija ne dozvoljava pravokutne elemente, korišteni su osnovni trokutni elementi (S3). Nakon što su definirana svojstva materijala za izračun matrica krutosti, zadane su debljine presjeka svih komponenata (slika 4.4).



Slika 4.4: Detalj polukrila bez oplate s bojom označenim debljinama ljusaka

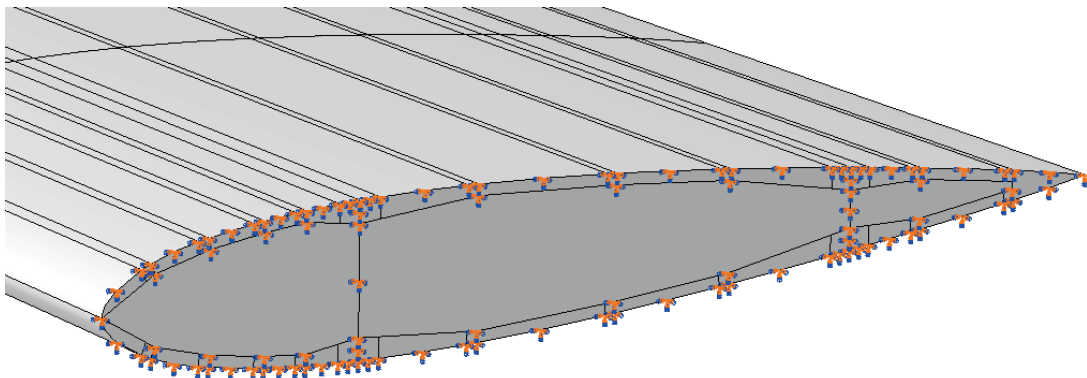
Detalj mreže konačnih elemenata prikazan je na slici 4.5. Mreža sadrži ukupno 107345 konačnih elemenata, od toga 107147 elemenata tipa S4R i 198 elemenata tipa S3, sa 105573 čvorova i 633438 stupnjeva slobode.



Slika 4.5: Detalj numeričkog modela s definiranom mrežom konačnih elemenata

## 4.2. Rubni uvjeti

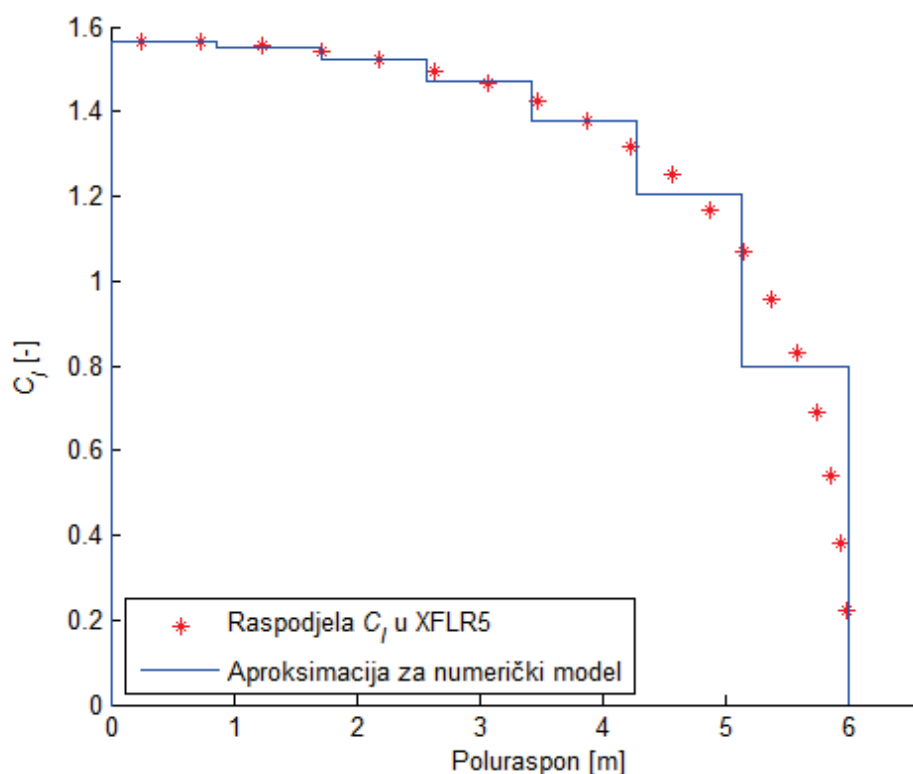
Rubni uvjeti su definirani kao ukliještenje čvorova oplata, uzdužnica i ramenjača za koje vrijedi  $y = 0$ , tj. koji se nalaze u korijenu krila. Takvo ukliještenje odgovara slučaju konzolnog krila s nosivom oplatom. Numerički model s definiranim rubnim uvjetima prikazan je na slici 4.6.



Slika 4.6: Numerički model s definiranim rubnim uvjetima

### 4.3. Model opterećenja

Raspodjelu aerodinamičke sile određenu u poglavlju 3.2. potrebno je što preciznije prevesti u numerički model. U inicijalnoj fazi rada razmatrano je nekoliko načina aproksimacije opterećenja. Pri zadavanju opterećenja Abaqus/CAE nudi opciju *Pressure*, kojom se definira tlak u smjeru normale na površinu konačnog elementa. Nakon što se odabere površina i smjer djelovanja tlaka, moguće je opisati raspodjelu tlaka kao konstantnu vrijednost, ili kao funkciju koordinata globalnog koordinatnog sustava. Raspodjela  $C_l$  po rasponu može se jednostavno aproksimirati kao diskretan niz stupaca s konstantnim vrijednostima, kao što je prikazano na slici 4.7.

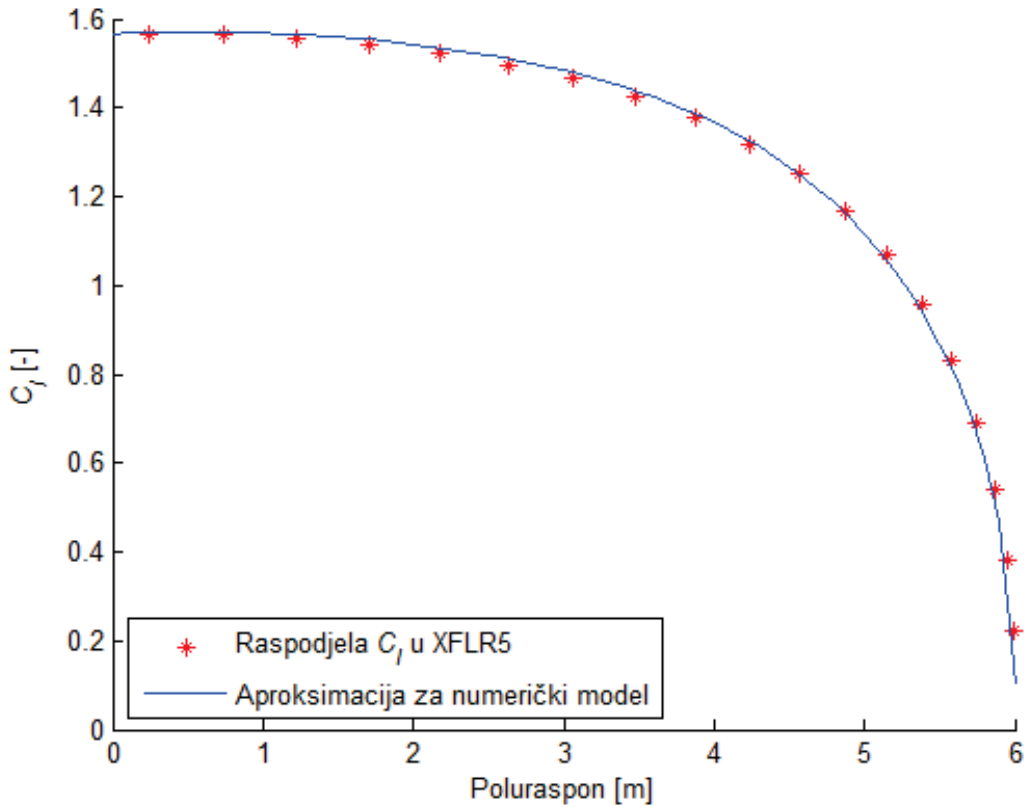


Slika 4.7: Aproximacija aerodinamičkog opterećenja stupčanom raspodjelom  $C_l$  po polurasponu

Stupaca ima 7 što odgovara geometriji modela koji je podijeljen na 7 segmenata po polurasponu. Ovaj način zadavanja opterećenja korišten je u inicijalnoj fazi rada. Uočljiva su velika odstupanja aproksimacije od izvorne raspodjele pri kraju poluraspona,

što navodi na potrebu za sofisticiranijim rješenjem. Kao što je spomenuto u poglavlju 3.2., raspodjela  $C_l$  po rasponu je kvalitativno jednaka za sve iznose  $Re$  i  $\alpha$ . Stoga bi jedna funkcija unesena u numerički model mogla jednako dobro aproksimirati sve slučajeve opterećenja. U tu svrhu, na temelju pretpostavke, napisan je polinom s racionalnim eksponentima. Nakon što je podešavanjem parametara postignuta zadovoljavajuća sličnost s izvornom raspodjelom, dobivena je funkcija (4.1), čiji graf je prikazan na slici 4.8.

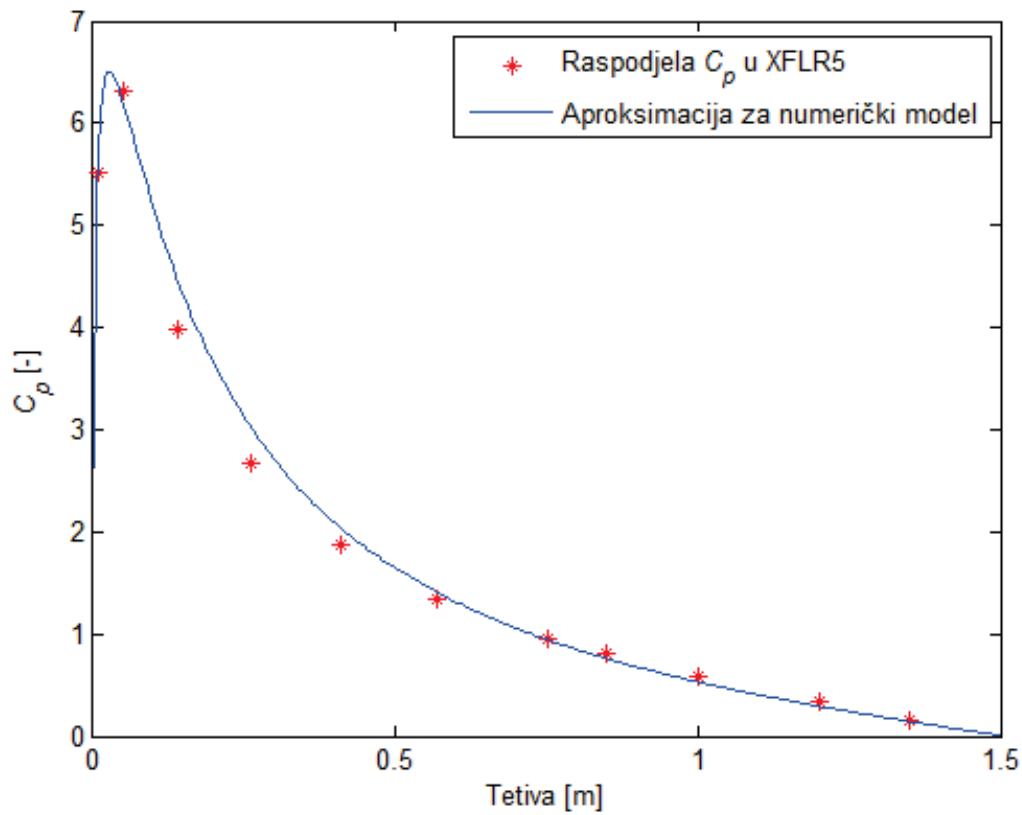
$$C_l(y) = \frac{0,102 \cdot y + (0,004 \cdot y^{2,4} + 1) \cdot \sqrt{88,421863 - (1,567215 \cdot y)^2}}{48,909834} \quad (4.1)$$



Slika 4.8: Model kontinuirane raspodjele  $C_l$  po polurasponu

Na isti način aproksimirana je raspodjela koeficijenta tlaka po tetivi krila. Raspodjela  $C_p$  po tetivi aproksimirana je funkcijom (4.2), koja je prikazana na slici 4.9.

$$C_p(x) = 0,841787 \cdot \left( \frac{1}{1,03 \cdot x + 0,19} - \frac{1}{40 \cdot x + 0,3} - (0,3 \cdot x - 0,29)^2 - 0,53 \right) \quad (4.2)$$

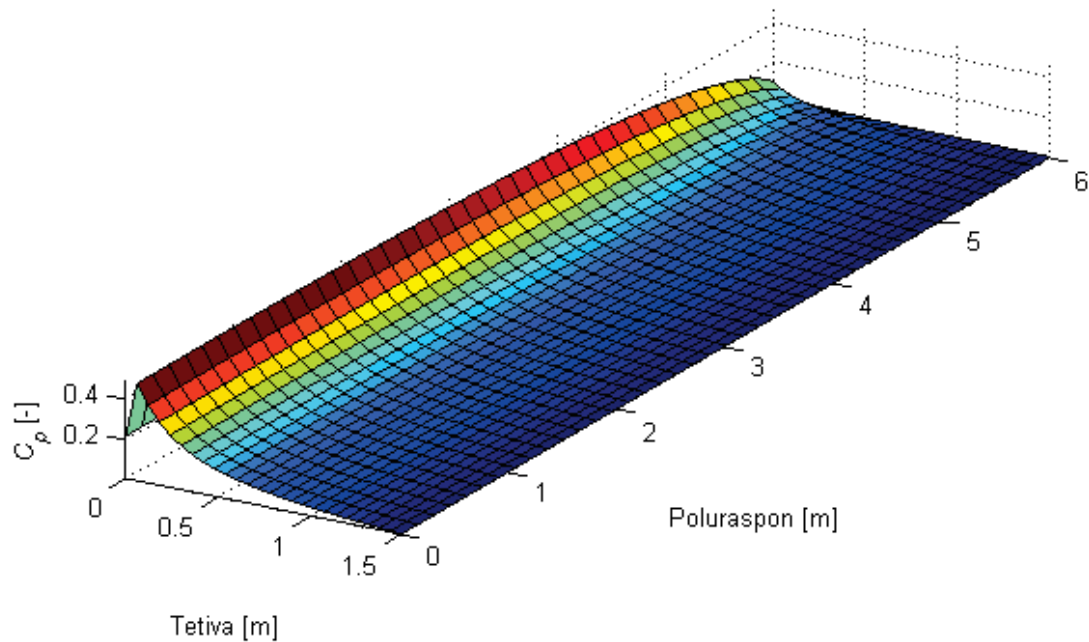


Slika 4.9: Model kontinuirane raspodjele  $C_p$  po tetivi

Množenjem funkcije (4.1) sa funkcijom (4.2) dobiva se trodimenzijska funkcija (4.3)

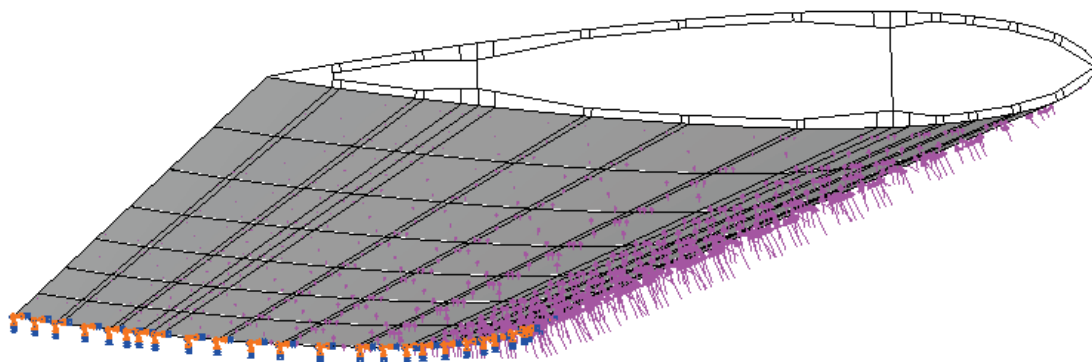
$$C_p(x, y) = \left( \frac{1}{1,03 \cdot x + 0,19} - \frac{1}{40 \cdot x + 0,3} - (0,3 \cdot x - 0,29)^2 - 0,53 \right) \cdot \frac{0,102 \cdot y + (0,004 \cdot y^{2,4} + 1) \cdot \sqrt{88,421863 - (1,567215 \cdot y)^2}}{58,102364}, \quad (4.3)$$

koja aproksimira kontinuiranu raspodjelu tlaka po cijeloj donjaci polukrila. Grafički prikaz funkcije (4.3) dan je na slici 4.10.



Slika 4.10: Aproksimacija aerodinamičkog opterećenja kontinuiranom raspodjelom  $C_p$  po donjaci polukrila

Funkcijom (4.3) postiže se dobra aproksimacija polja tlaka dobivenog aerodinamičkom analizom. Stoga će ta funkcija biti korištena pri definiranju opterećenja numeričkog modela. Model s definiranim rubnim uvjetima i opterećenjem zadanim na cijeloj donjaci pomoću funkcije (4.3) prikazan je na slici 4.11.



Slika 4.11: Numerički model polukrila sa zadanim rubnim uvjetima i kontinuiranom raspodjelom  $C_p$  po donjaci

Pri definiranju tlačnog opterećenja u programu Abaqus, iznos resultantne sile je određen množenjem parametra *Magnitude* s površinskim integralom funkcije raspodjele tlaka. Funkcija (4.3) je pomnožena odgovarajućim koeficijentom tako da njen integral po površini krila bude jednak 1. Zadavanje opterećenja je time svedeno na definiranje iznosa parametra *Magnitude*, koji je jednak umnošku polovine mase aviona, gravitacijske konstante  $g$  i normalnog opterećenja  $n$ .

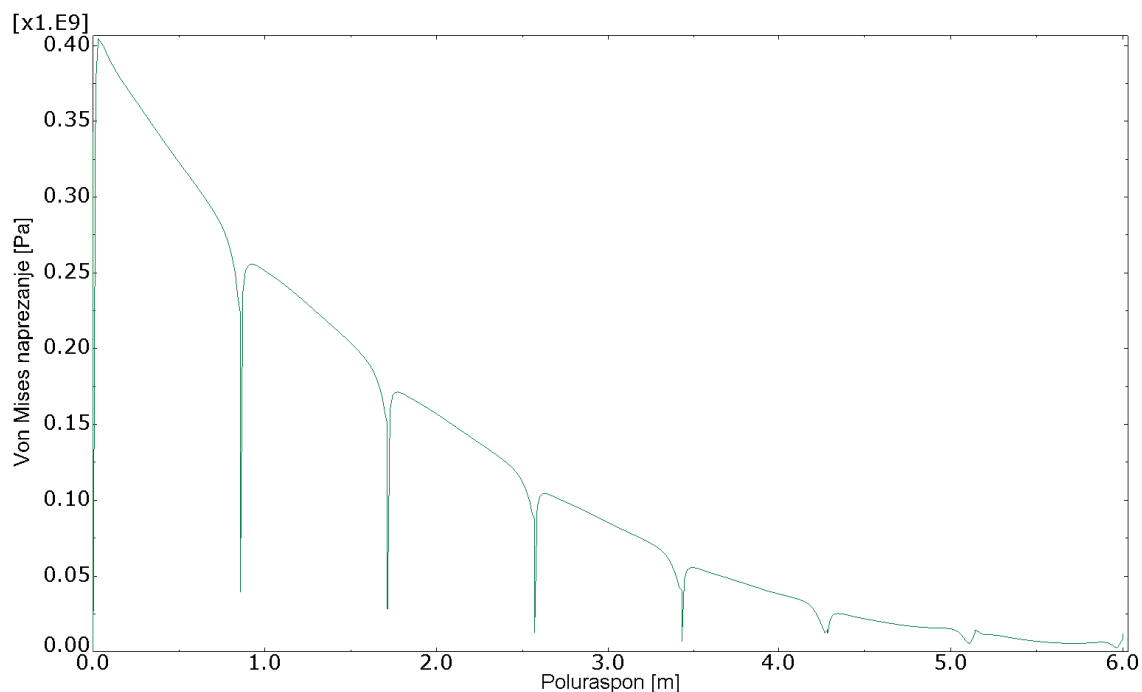
## 4.4. Analiza

Provedene su statičke linearne analize u cilju izračunavanja naprezanja pri pozitivnim i negativnim graničnim opterećenjima te pri pozitivnim i negativnim krajnjim opterećenjima. U poglavlju 3. ustanovljeno je da s povećanjem  $\alpha$  raspodjela  $C_l$  po rasponu ostaje kvalitativno ista, dok raspodjela  $C_p$  po tetivi ima povećanje ekstrema u blizini napadnog ruba. Procijenjeno je da ta promjena nije značajna te da su rezultati analiza s modelom razvijenim u potpoglavlju 4.3. mjerodavni za sve brzine leta, a time i za cijeli  $V$ - $n$  dijagram. Na temelju usporedbe vršnih vrijednosti Von Misesovog naprezanja sa granicom tečenja ili vlačnom čvrstoćom materijala procjenjivano je da li model zadovoljava uvjete čvrstoće.



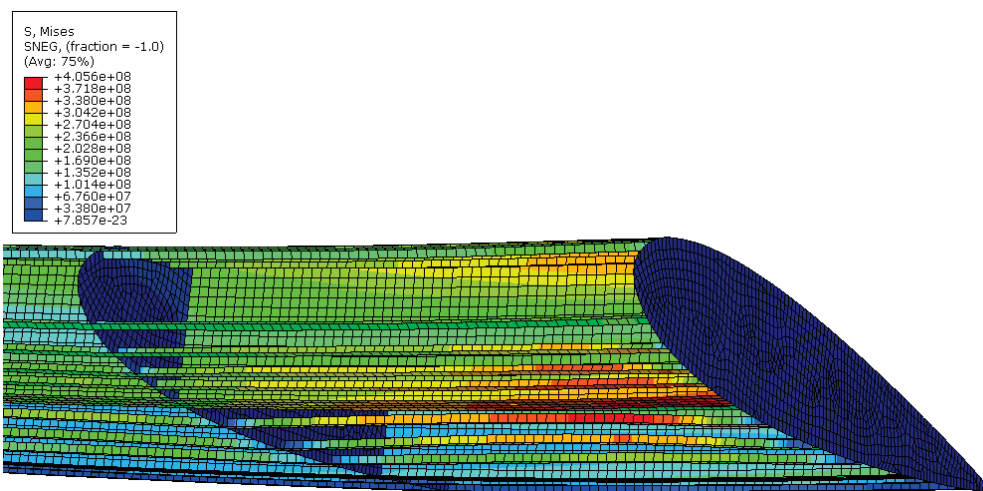
## 5 Rezultati

Na sljedećim dijagramima dana su Von Misesova naprezanja duž poluraspona u najopterećenijem pojasu ramenjače. Kod pozitivnih opterećenja je najopterećeniji bio donji pojas prednje ramenjače, dok je kod negativnih opterećenja najopterećeniji bio gornji pojas prednje ramenjače. Naprezanja uslijed pozitivnog graničnog opterećenja od +3 g prikazana su na slici [5.1](#).



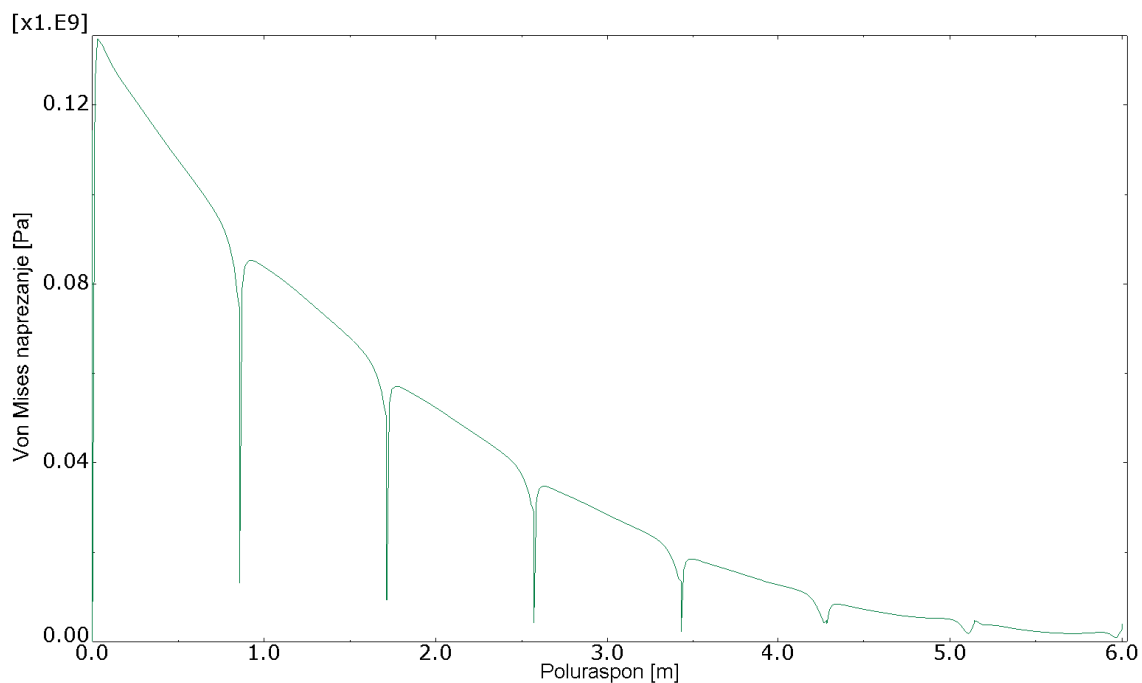
Slika 5.1: Von Misesova naprezanja pri +3 g

Vršni iznos naprezanja doseže 405 MPa, što je daleko iznad granice tečenja. Osim toga, u korijenu krila dolazi do velikih progiba koji ukazuju na mogućnost gubitka stabilnosti uzdužnica i oplata, kao što se vidi na slici 5.2.



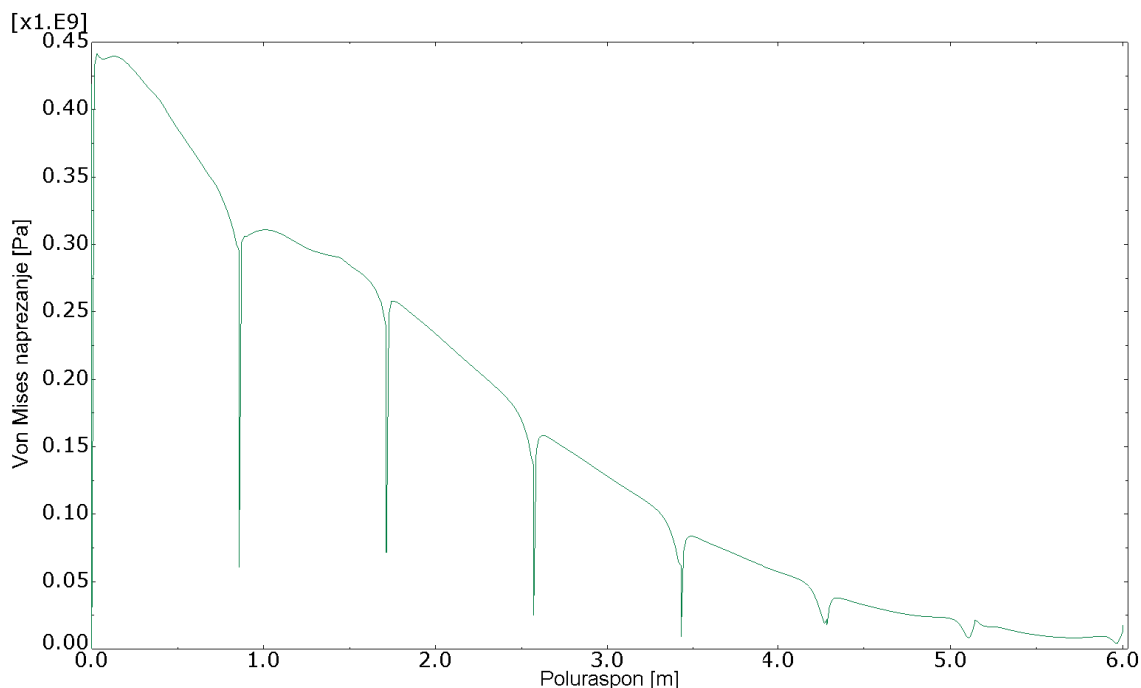
Slika 5.2: Von Mises naprezanja u [Pa] u detalju korijena krila bez oplata s vidljivim izvijanjem uzdužnica pri opterećenju od +3 g

Naprezanja uslijed negativnog graničnog opterećenja od -1 g prikazana su na slici 5.3.



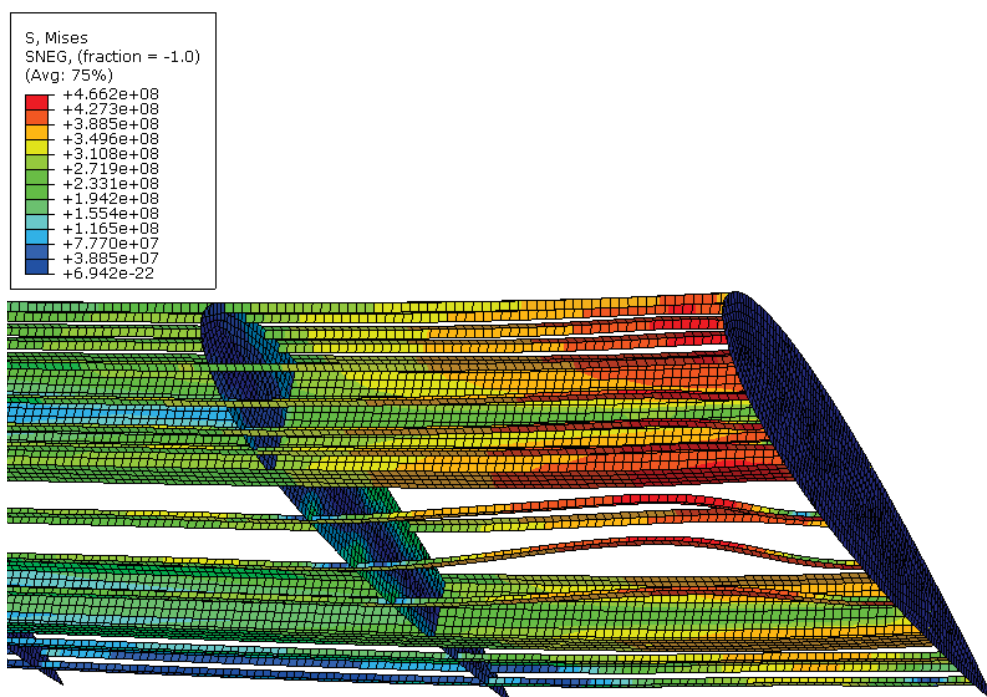
Slika 5.3: Von Misesova naprezanja pri -1 g

Vršni iznos u ovom slučaju doseže 135 MPa, što je prihvatljivo. Ipak, još uvijek dolazi do izvijanja uzdužnica u korijenu krila, što nije dozvoljena pojava. Naprezanja uslijed pozitivnog krajnjeg opterećenja od +4,5 g prikazana su na slici [5.4](#).

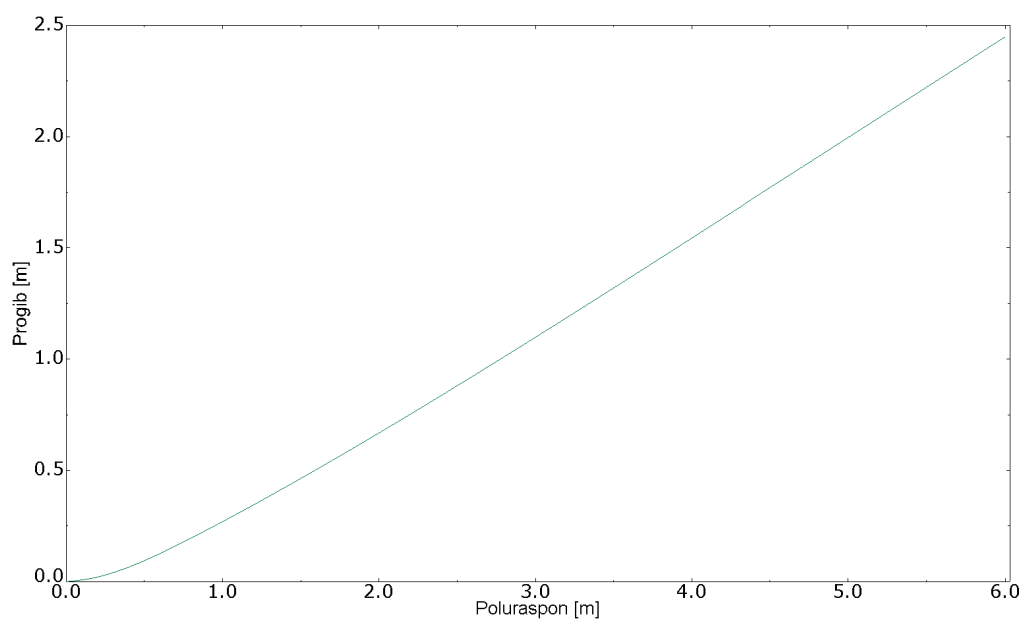


Slika 5.4: Von Misesova naprezanja pri +4,5 g

Kada se materijal modelira bez plastičnosti, odziv konstrukcije je proporcionalan opterećenju. Zato je u ranijim analizama opterećenje od +4,5 g stvaralo vršna naprezanja od preko 600 MPa. Kada se modelira i plastičnost, u konstrukciji dolazi do plastičnih deformacija i očvršnuća čime se smanjuju vršna naprezanja. Zato je u ovoj analizi vršna vrijednost od 480 MPa još uvijek manja od vlačne čvrstoće, što upućuje da pri krajnjem opterećenju neće doći do loma konstrukcije. Konstrukcija ipak ne zadovoljava zbog velike mogućnosti pojave izvijanja uzdužnica i oplata u korijenu krila (slika 5.5), kao i do progiba od 2,46 m na kraju raspona (slika 5.6). Neočekivano je što su progibi uzdužnica i oplata u vlačnoj zoni izraženiji nego u tlačnoj zoni. Pretpostavlja se da je to rezultat aerodinamičkog opterećenja koje je modelirano kao polje tlaka na donjaci krila.

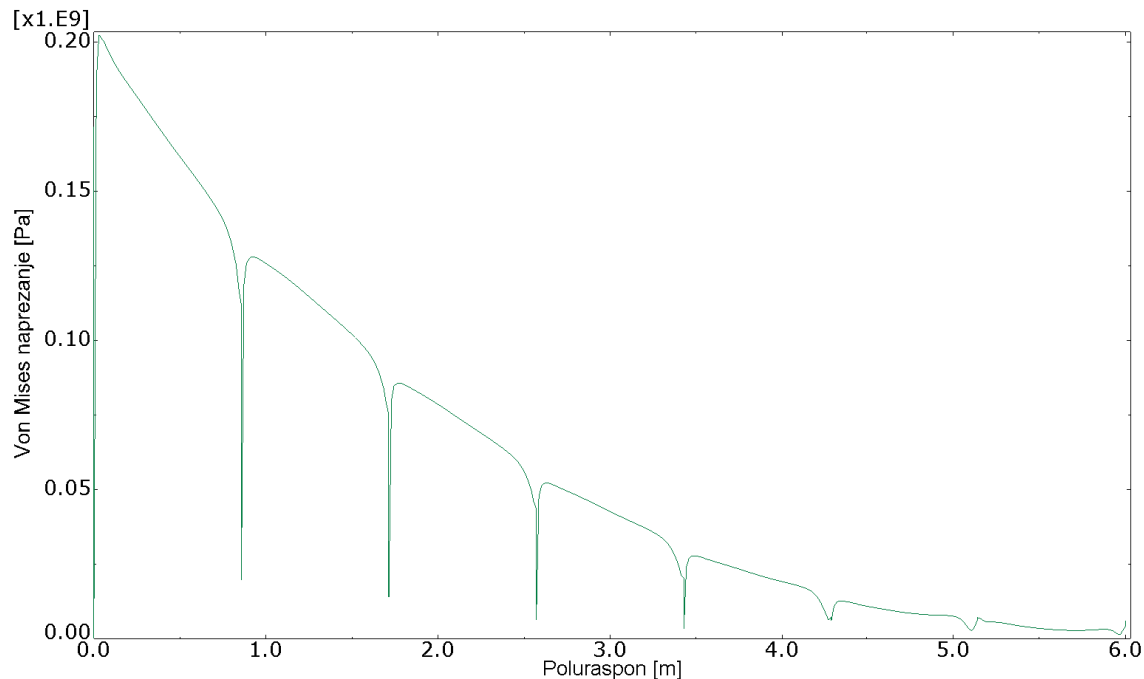


Slika 5.5: Von Mises naprezanja u [Pa] u detalju korijena krila bez oplata s vidljivim izvijanjem uzdužnica pri opterećenju od +4,5 g



Slika 5.6: Dijagram progiba krila pri opterećenju od +4,5 g

Naprezanja uslijed negativnog krajnjeg opterećenja od -1,5 g prikazana su na slici 5.7.

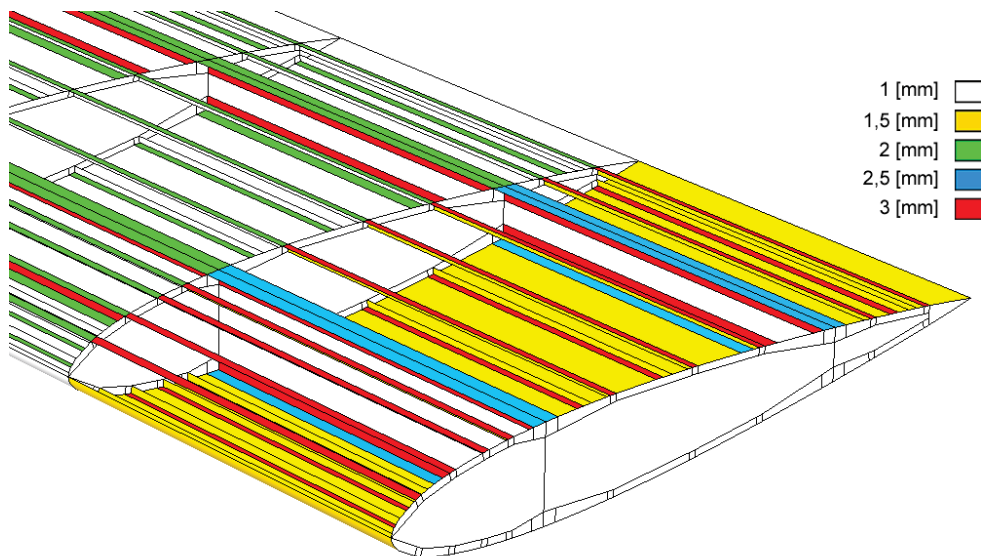


Slika 5.7: Von Misesova naprezanja pri -1,5 g

Vršna vrijednost naprezanja od 203 MPa je niža od granice tečenja, ali ponovo dolazi do izvijanja uzdužnica u korijenu krila.

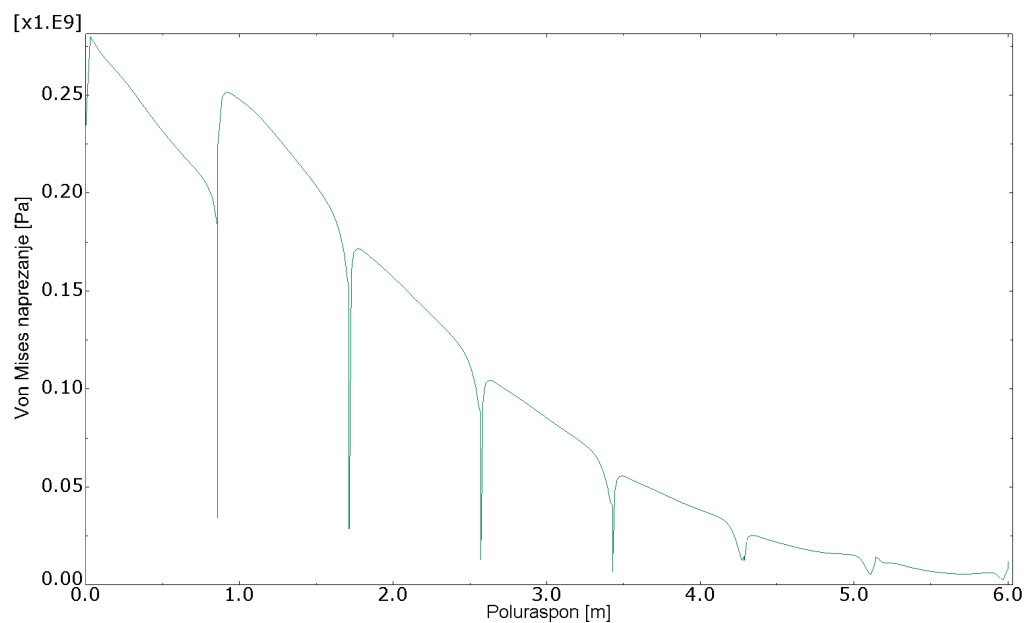
## 5.1. Lokalno ojačani model

Iz rezultata je vidljivo da model mora biti lokalno ojačan. Pritom treba voditi računa o tehnologičnosti izvedbe ojačanja na aluminijskoj konstrukciji krila. Ojačani model prikazan je na slici 5.8.



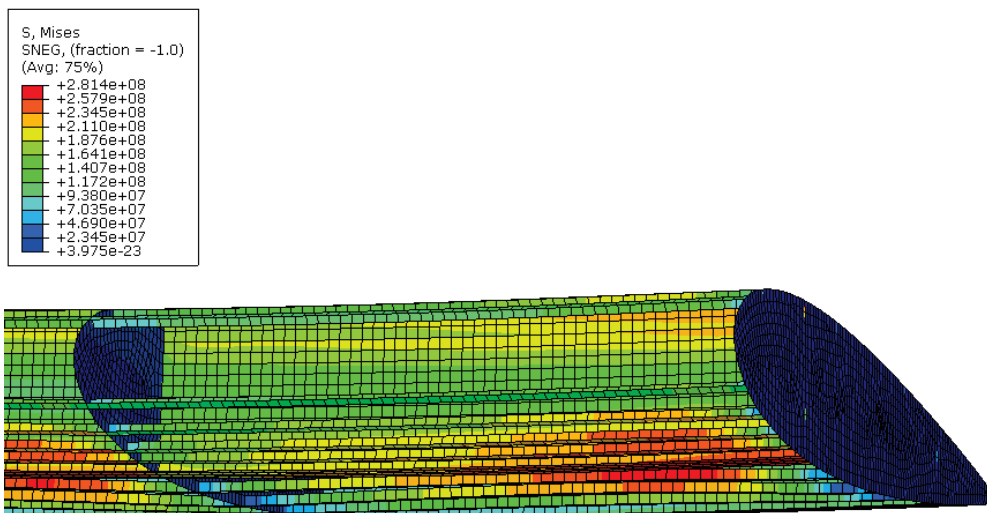
Slika 5.8: Detalj lokalno ojačanog modela bez oplata s bojom označenim debljinama ljušaka

Naprezanja uslijed pozitivnog graničnog opterećenja od +3 g prikazana su na slici 5.9.



Slika 5.9: Von Misesova naprezanja pri +3 g

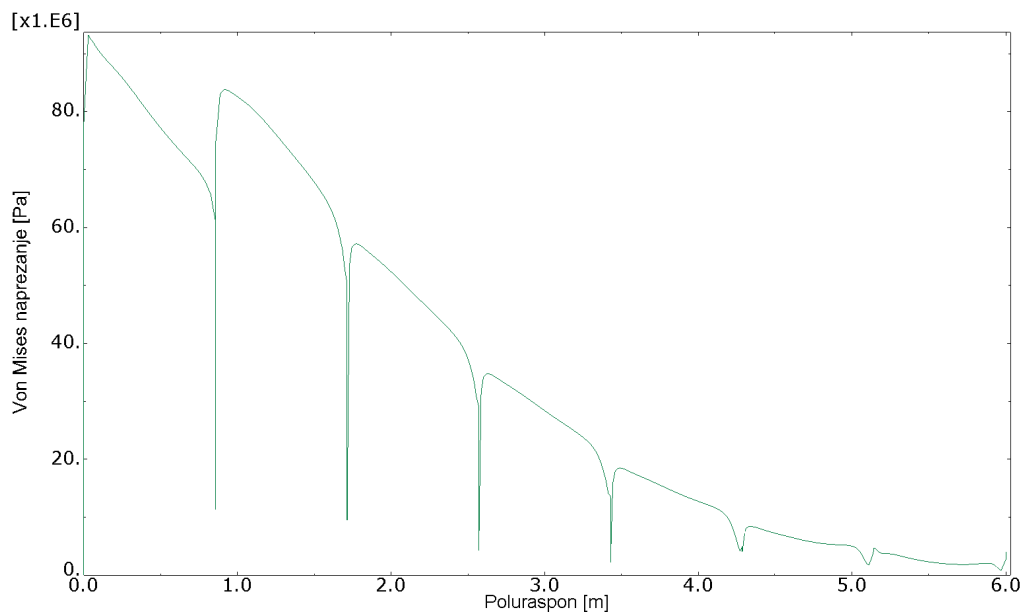
Vršni iznos naprezanja doseže 281 MPa, što je malo ispod granice tečenja. U korijenu krila još uvijek dolazi do izvijanja uzdužnica, kao što se vidi na slici 5.10.



Slika 5.10: Von Mises naprezanja u [Pa] u detalju korijena lokalno ojačanog krila bez oplata s vidljivim izvijanjem uzdužnica pri opterećenju od +3 g

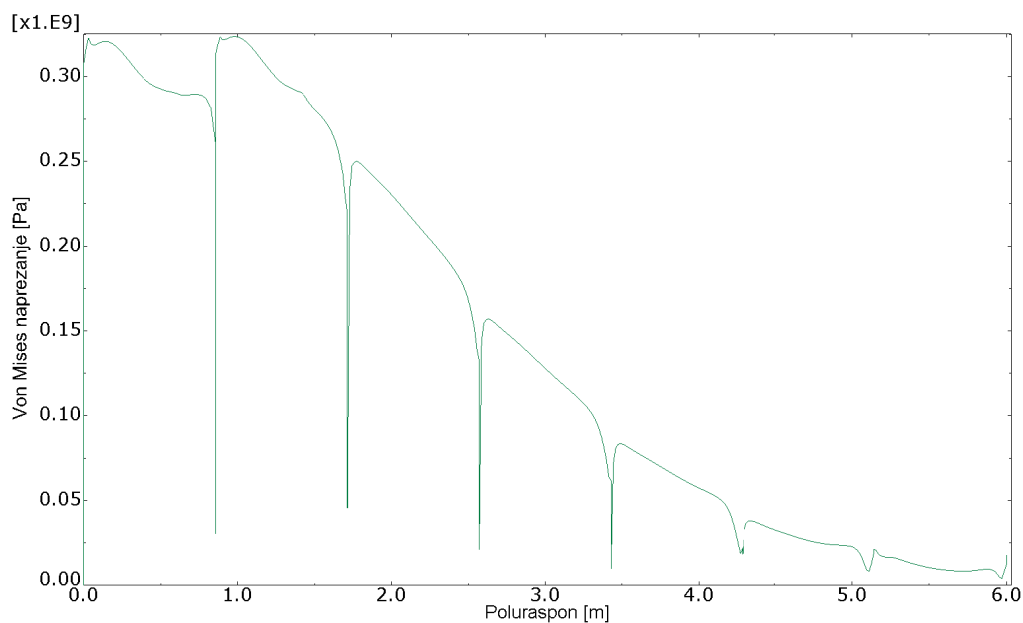
Naprezanja uslijed negativnog graničnog opterećenja od -1 g prikazana su na slici 5.11.





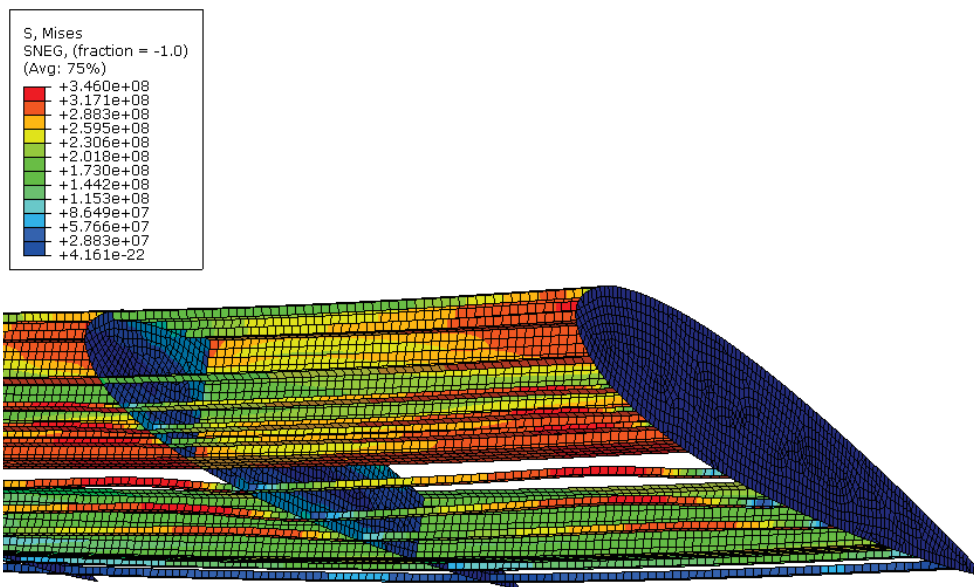
Slika 5.11: Von Misesova naprezanja pri -1 g

Vršni iznos u ovom slučaju doseže 94 MPa, što je prihvatljivo. Ipak, još uvijek dolazi do izvijanja uzdužnica. Naprezanja uslijed pozitivnog krajnjeg opterećenja od +4,5 g prikazana su na slici 5.12.



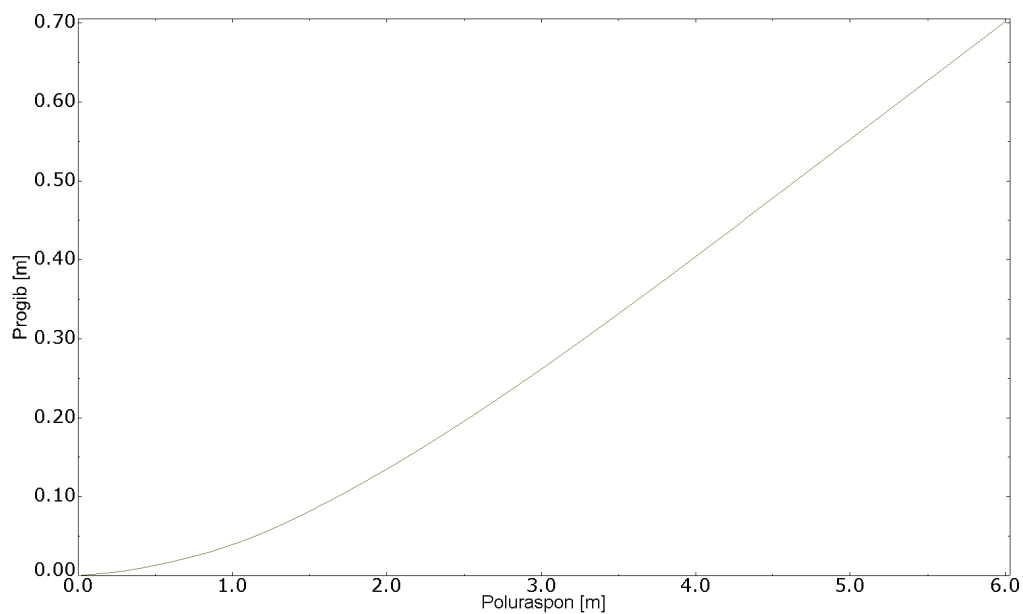
Slika 5.12: Von Misesova naprezanja pri +4,5 g

Vršno naprezanje u ovom slučaju iznosi tek 346 MPa, što je daleko ispod vlačne čvrstoće. Izvijanje uzdužnica u korijenu krila prikazano je na slici 5.13.



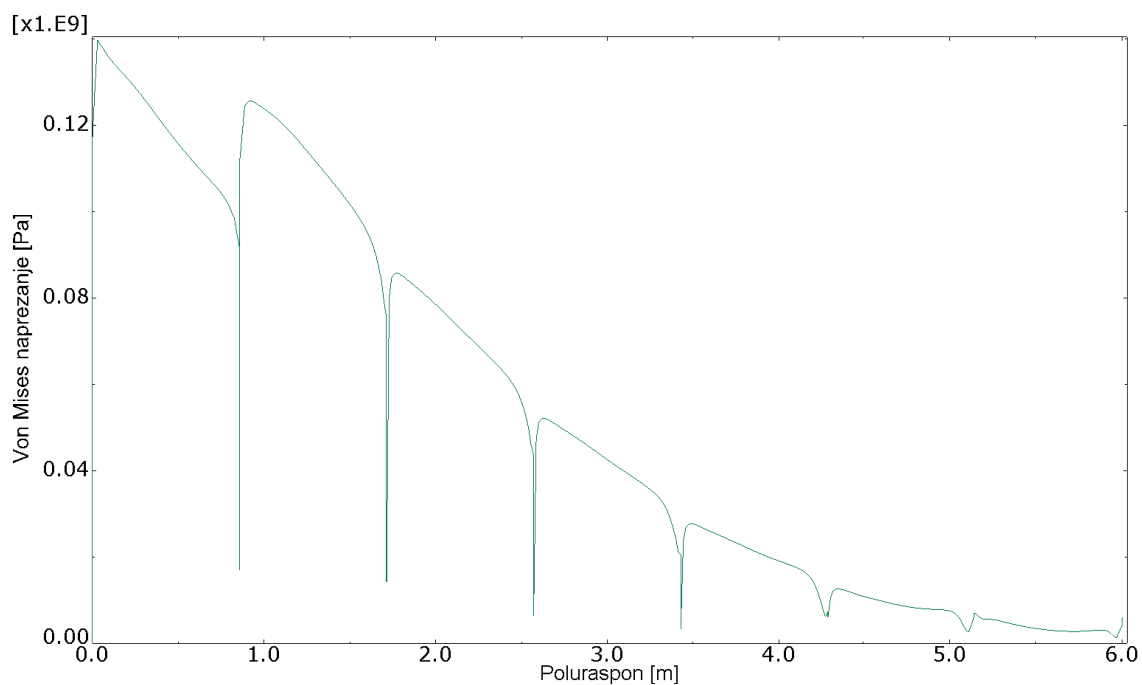
Slika 5.13: Von Mises naprezanja u [Pa] u detalju korijena lokalno ojačanog krila bez oplata s vidljivim izvijanjem uzdužnica pri opterećenju od +4,5 g

Krilo na kraju raspona ima progib od 0,7 m. Dijagram progiba dan je na slici 5.14.



Slika 5.14: Dijagram progiba ojačanog krila pri opterećenju od +4,5 g

Naprezanja uslijed negativnog krajnjeg opterećenja od -1,5 g prikazana su na slici 5.15.



Slika 5.15: Von Misesova naprezanja pri -1,5 g

Naprezanja dosežu 141 MPa.

## 6 Zaključak

Lokalnim ojačavanjem konstrukcije uspješno su smanjeni vršni iznosi naprezanja čime su zadovoljeni uvjeti graničnih i krajnjih opterećenja. Međutim, nije riješena mogućnost gubitka stabilnosti pojedinih elemenata konstrukcije, koja izlazi iz opsega ovog rada. Veliki progibi uzdužnica i oplata su možda uzrokovani aerodinamičkim opterećenjem koje je modelirano kao razlika tlaka na gornjaci i donjaci narinuta na donjaku krila. Ojačavanje konstrukcije je u ovom radu bilo svedeno na podebljavanje postojeće geometrije. Ako bi se umjesto toga upotrijebili konstrukcijski elementi drukčijeg presjeka, možda bi se dobila strukturno učinkovitija konstrukcija koja bi uz manju masu izdržavala potrebna opterećenja bez deformacije, loma ili lokalnog gubitka stabilnosti.

# Literatura

- [1] Ivan Turčinović. *Diplomski rad*, Fakultet Strojarsstva i Brodogradnje, 2012.
- [2] Certification Specifications and Acceptable Means of Compliance for Normal, Utility, Aerobatic, and Commuter Category Aeroplanes CS-23, 2015.
- [3] Daniel P. Raymer. *Aircraft Design: A Conceptual Approach*. 1992.
- [4] *METALLIC MATERIALS AND ELEMENTS FOR AEROSPACE VEHICLE STRUCTURES*, United States Department of Defense, 2003.
- [5] *Getting started with Abaqus: Interactive edition*, Simulia Corp.